ELEKTŘINA A MAGNETISMUS

Karisák GVP - 4 leté

Žán Pól Kastról

výpisky z

Řezníka-Chodiče-Prázdniny

28. května 2019

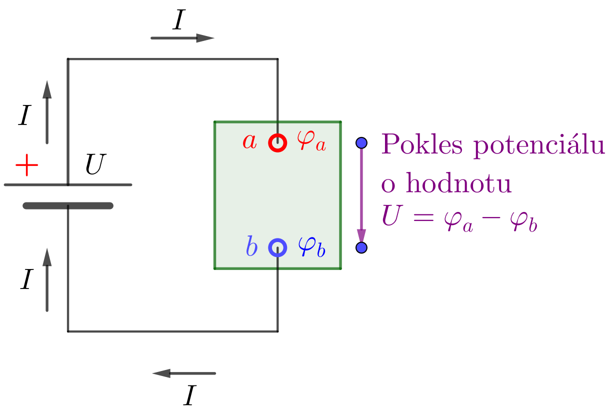
Obsah

Kapitola 1

PROUD A ODPOR

1.1 VÝKON V ELEKTRICKÝCH OBVODECH

Vezmu baterii a pomocí spojovacích vodičů (zanedbatelného odporu) ji spojím s *blíže neurčenou* součástkou (obr.1.1).



Obr. 1.1

Baterie má svorkové napětí U a totéž napětí je na svorkách a, b součástky. Svorka a má vyšší potenciál než svorka b. Obvodem teče proud $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Součástkou tedy projde mezi svorkami a a b za dobu Δt náboj $\Delta Q = I\Delta t$. Na této trajektorii přitom poklesne *potenciál* o hodnotu U. Tím poklesne *potenciální energie* o hodnotu ΔE_p. Pač platí $U = \frac{\Delta E_p}{\Delta Q}$, je pokles potenc. energie roven

$$\Delta E_p = \Delta Q U = I \Delta t U$$

Dle zákona zachování energie musí být tento pokles elektrické potenc. energie na trase od a k b roven hodnotě nějaké **jiné formy energie**, na kterou se tato el. energie **přeměnila** (např. na mechanickou práci, je-li součástkou elektromotor). Rychlost této přeměny energie v naší součástce je zřejmě

$$\frac{\Delta E_p}{\Delta t} = \frac{I \Delta t U}{\Delta t} = UI$$

Tato rychlost je současně rychlostí, s jakou se dodává energie z baterie do součástky a nazývá se **elektrický výkon** P.

$$\boxed{P = UI \qquad \text{(výkon = rychlost přenosu elektrické energie)}} \qquad (1.1)$$

Jednotkou výkonu je zřejmě

$$1\,\mathrm{V} \cdot \mathrm{A} = \left(1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\right)\left(1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right) = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{W}.$$

Pamatovák 1

Výkon daný vztahem (1.1) udává rychlost přenosu energie od baterie (zdroje) k součástce (spotřebiči).

Například:

- součástkou je **elektromotor** připojený k nějakému mechanickému zařízení – el. energie se přeměňuje v **mechanickou práci** tohoto zařízení (např. pila řeže dřevo)
- součástkou je **akumulátorová baterie** – nabíjí se z našeho zdroje a el. energie se přeměňuje na **chemickou energii** uloženou v akumulátoru (např. nabíjíme baterii mobilu)
- součástkou je **rezistor** – el. energie se v něm přeměňuje na **vnitřní energii** a rezistor se zahřívá. (např. tepelná spirála vařiče)

Podívejme se nyní podrobněji jen na rezistor. Prochází-li elektron rezistorem konstantní *driftovou* rychlostí, jeho průměrná *kinetická* energie zůstává konstantní a jeho *potenciální energie* klesá (směrem od svorky a ke svorce b klesá potenciál). To se projeví vzrůstem vnitřní energie rezistoru a jeho okolí. Na mikroskopické úrovni jde o to, že elektrony ztrácejí srážkami s molekulami rezistoru svou energii. To vede růstu teploty rezistoru. Říkáme, že kinetická energie elektronu je **disipována** (*rozptylována, ztrácena*). Tomuto *nevratnému* procesu říkáme **disipace energie**. (V mechanice jsme se setkali s jiným druhem disipace – při tření.)

V rezistoru dochází tedy při průchodu proudu k *disipaci* el. energie a rychlost této přeměny je *disipovaný výkon*. Vezměmež obecný vzorec (1.1) a dosaďme do něj z Ohmova zákona za proud $I = \frac{U}{R}$ nebo za napětí $U = IR$. Dostaneme pro disipovaný výkon vztahy

$$\boxed{P = I^2 R \qquad \text{(disipace energie rezistorem)}} \tag{1.2}$$

neboli

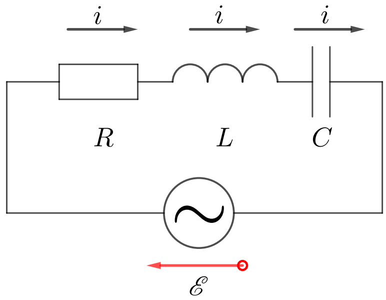
$$\boxed{P = \frac{U^2}{R} \qquad \text{(disipace energie rezistorem)}} \tag{1.3}$$

BACHA! Musíme odlišovat vztahy (**??**) a (**??**) od vztahu (1.1)! Vztah $P = UI$ se dá použít vždy, když jde o přenos elektrické energie v obecné situaci, zatímco vztahy $P = I^2R$, či $P = \frac{U^2}{R}$ platí pouze v případě přeměny elektrické potenciální energie v rezistoru. (V elektrotechnice se zpravidla mluví o Joulově teple nebo s ohledem na funkci rezistoru o ztrátovém, resp. tepelném výkonu rezistoru.)

Kapitola 2

ELEKTROMAGNETICKÉ KMITY A STŘÍDAVÉ PROUDY

2.1 Seriový obvod RLC



Obr. 2.1

$\mathscr{E}$

2.2 VÝKON V OBVODECH SE STŘÍDAVÝM PROUDEM

Výkon ve stejnosměrných obvodech jsme probrali v kapitole 1.1. Dle obecného vztahu (1.1) má výkon $P = UI$ význam rychlosti přenosu energie ze zdroje ke spotřebiči. Protože ve stejnosměrném obvodu je napětí i proud v čase konstantní, je i výkon konstantní.

Ve střídavém obvodu se napětí i proud v čase mění, a v důsledku toho je i výkon v čase proměnný (např. žárovička bliká). *Okamžité* hodnoty napětí a proudu jsou

$$u = U_m \sin \omega_b t \qquad \text{a} \qquad i = I_m \sin(\omega_b t - \varphi),$$

kde U_m a I_m jsou amplitudy napětí a proudu, ω_b je budící frekvence zdroje a φ je fázový posuv mezi napětím a proudem. Kvůli přehlednosti budeme dále pro budící frekvenci používat značení bez indexu b, tedy jen ω.

Podobnými úvahami jako v kapitole 1.1 dostáváme pro *okamžitý* výkon p vztah

$$\boxed{p = ui} \tag{2.1}$$

Okamžitý výkon bude mít tedy časový průběh tento

$$p = U_m I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) \tag{2.2}$$

Výsledek bude záviset na *fázovém posunutí* φ mezi napětím a proudem. To je dáno povahou spotřebiče (odporová zátěž, induktivní zátěž, kapacitní zátěž). Probereme nejprve 3 speciální případy fázového posuvu ($\varphi = 0, +\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$) a potom případ obecný.

2.2.1 Výkon v obvodu s rezistorem: $\varphi = 0$

Okamžitý výkon v obvodu s R

V obvodu, kde je připojen spotřebič, který má pouze ohmický odpor R a má nulovou indukčnost i kapacitu, je fázový posuv $\varphi = 0$, takže pro okamžitý výkon platí

$$\boxed{p = U_m I_m \cdot \sin^2 \omega t \quad \text{(okamžitý výkon v obvodu s } R\text{)}} \tag{2.3}$$

Jak vypadá graf závislosti okamžitého výkonu p na čase? To snadno zjistíme díky známému vzorci

$$\left|\sin \frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

Odtud po substituci $x \mapsto 2x$ a po umocnění máme

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

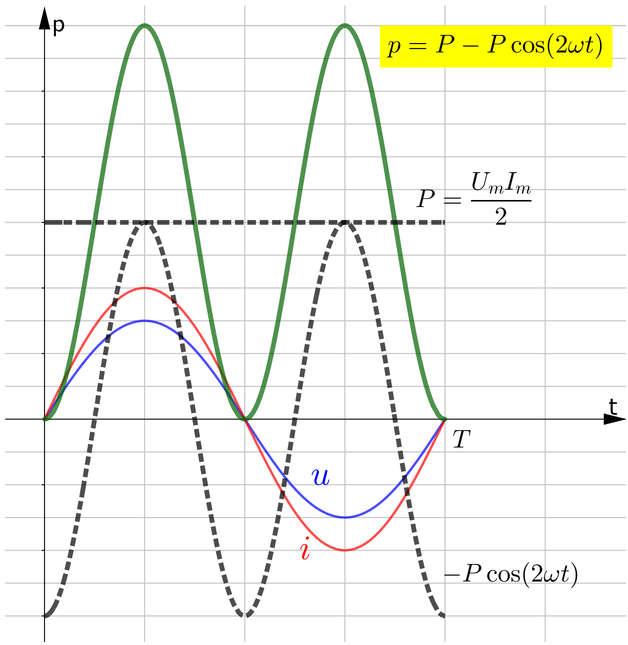
Takže vztah (2.3) lze psát jako

$$p = \frac{U_m I_m}{2}(1 - \cos 2\omega t) = \frac{U_m I_m}{2} - \frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t \tag{2.4}$$

Výraz $\frac{U_m I_m}{2}$ je zřejmě konstantní a my si ho označíme jako P. Dostáváme

$$\boxed{p = P - P \cos 2\omega t \quad \text{(okamžitý výkon v obvodu s } R\text{)}} \tag{2.5}$$

Vidíme, že v obvodu s rezistorem je okamžitý výkon součtem **konstanty** P a časově proměnné **kosinusouidy** s amplitudou P a s úhlovou frekvencí 2ω, která je dvojnásobkem úhlové frekvence napětí či proudu. Nyní již snadno dokážeme nakreslit graf závislosti p na čase (obr.2.2 a aplet v GeoGebře 1).



Obr. 2.2: Okamžitý výkon v obvodu s rezistorem

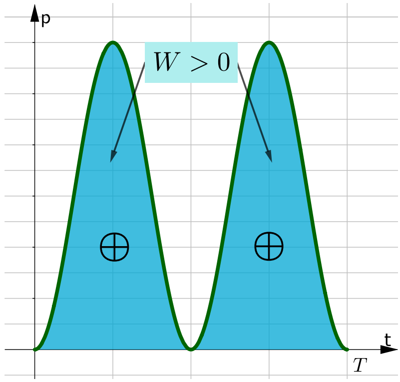
Aplet v GeoGebře 1: Výkon střídavého proudu v obvodu s rezistorem

`https://ggbm.at/cusv6xdq`

Kladný výkon v obvodu s R

Ze vztahu (2.3) i z obr.2.3 vidíme, že výkon je **kladný** (a nebo v časech rovných celočíselným násobkům půlperiody $\frac{T}{2}$ rovný nule). **To odpovídá tomu, že se v rezistoru spotřebovává (disipuje) veškerá**

energie dodávaná zdrojem na Jouleovo teplo. Žádná část energie se nevrací zpět do zdroje. To, že je výkon kladný, souvisí s



Obr. 2.3: Výkon v obvodu s R je kladný (kromě dotykových bodů grafu s časovou osou, kdy je nulový).

tím, že i **práce** W elektrických sil je v rezistoru **kladná**. Víme, že síla koná kladnou práci, když míří **ve směru pohybu**. To je v souladu s tím, že elektrická síla působí na volné elektrony neustále ve směru jejich pohybu (i když je proud střídavý) a protlačuje je skrze mřížku vodiče. (Proti elektrickým silám a proti směru pohybu zas působí síly odporové způsobené srážkami elektronů s ionty v mřížce. Tyto síly zase konají práci zápornou.)

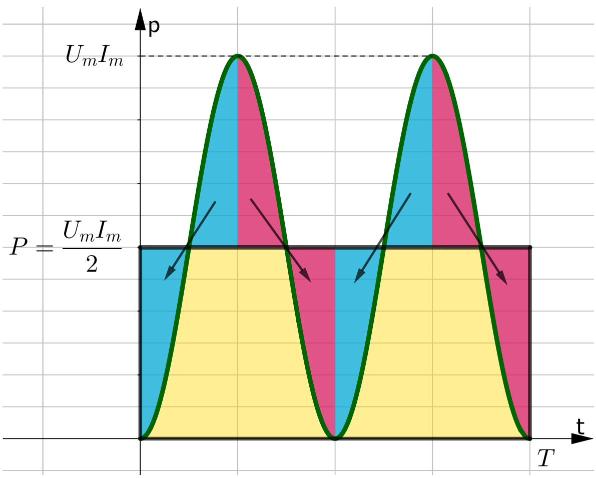
Střední hodnota výkonu v obvodu s R

Protože výkon periodicky kolísá, zajímá nás, jaká je střední hodnota výkonu za jednu periodu T. Víme, že plocha pod grafem závislosti výkonu na čase je číselně roven vykonané práci. Stačí zjistit plochu v intervalu jedné periody, vydělit ji periodou a máme střední výkon (výkon = práce/čas). Ukážeme si tři různé způsoby určení plochy pod grafem výkonu.

Způsob 1: Použijeme náš rozklad okamžitého výkonu (vztah (2.5)) na konstantní složku a proměnnou složku – kosinusoidu. Z obrázku 2.2 vidíme, že celková plocha pod grafem kosinusoidy za jednu periodu je **nulová**. Plocha pod grafem konstantní složky je plochou **obdélníka** $P \cdot T$. Práce za jednu periodu je tedy

$$W_T = P \cdot T$$

Způsob 2: Obsah plochy pod grafem okamžitého výkonu určíme přeskupením plošek (viz obr.2.4). Dostáváme stejný výsledek jako prve.



Obr. 2.4: $W_T = P \cdot T$

Způsob 3: Obsah plochy pod grafem určíme integrací

$$W_T = \int_0^T p dt = \int_0^T (P - P \cos 2\omega t) dt =$$

$$= \int_0^T P dt - \int_0^T P \cos 2\omega t dt =$$
$$= PT - 0 = P \cdot T$$

Střední výkon za jednu periodu (nebo 2,3,4... periody) dostaneme vydělením zjištěné práce periodou

$$\text{střední výkon} = \frac{W_T}{T} = \frac{P \cdot T}{T} = P$$

Vidíme, že střední výkon je roven naší konstantě P.

$$\boxed{P = \frac{U_m I_m}{2} \quad \text{(střední výkon v obvodu s } R\text{)}} \tag{2.6}$$

Efektivní hodnoty střídavého napětí a proudu

Protože platí

$$I_m = \frac{U_m}{R}; \qquad U_m = I_m R,$$

dostáváme po dosazení do (2.6) další dva vztahy pro střední výkon

$$P = \frac{U_m^2}{2R} = \frac{\left(\frac{U_m}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \tag{2.7}$$
$$P = \frac{I_m^2}{2} R = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 R \tag{2.8}$$

Vztahy jsme trochu upravili, aby nám připomínaly podobné vztahy pro výkon stejnosměrného proudu (1.2) a (1.3). Vidíme, že

1. kdybychom připojili náš rezistor ke **stejnosměrnému** zdroji s **konstantním** napětím $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$, tak by se v něm disipovala energie se stejnou rychlostí (čili v rezistoru by se uvolňovalo Jouleovo teplo se stejným výkonem), jako při připojení ke **střídavému** zdroji s **proměnným** napětím $u = U_m \sin \omega t$.

2. kdyby protékal naším rezistorem **stejnosměrný** proud s **konstantní** hodnotou $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$, tak by se v něm disipovala energie se stejnou rychlostí (čili v rezistoru by se uvolňovalo Jouleovo teplo se stejným výkonem), jako při průchodu **střídavého** proudu s **proměnnou** hodnotou $i = I_m \sin \omega t$.

Hodnotám $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$ a $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ říkáme **efektivní hodnoty** střídavého napětí a proudu a značíme je U_{ef} a I_{ef}.

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad \text{(efektivní hodnota střídavého napětí)} \tag{2.9}$$

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{(efektivní hodnota střídavého proudu)} \tag{2.10}$$

Definice 1: Efektivní hodnota střídavého napětí

Efektivní hodnota střídavého napětí (U_{ef}) je rovna hodnotě stejnosměrného napětí, které by při přiložení na **odporovou** zátěž dávalo stejný střední (průměrný) výkon.

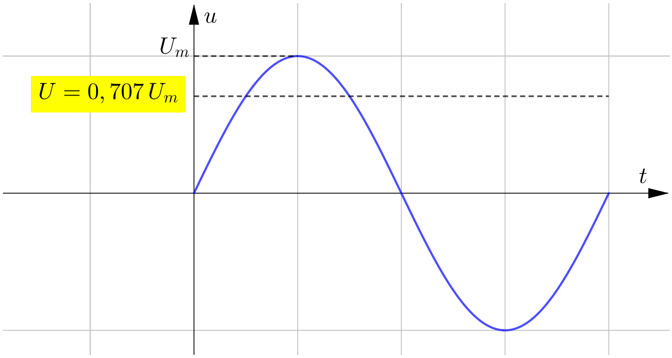
Definice 2: Efektivní hodnota střídavého proudu

Efektivní hodnota střídavého proudu (I_{ef}) je rovna hodnotě stejnosměrného proudu, který by při průchodu **odporovou** zátěží dával stejný střední (průměrný) výkon.

Vztahy (2.6),(2.7),(2.8) pro střední výkon můžeme tedy zapsat pomocí efektivních hodnot takto

$$P = U_{ef} I_{ef} = \frac{U_{ef}^2}{R} = I_{ef}^2 R$$

Dostáváme formálně stejné vztahy jako pro výkon na rezistoru, který je připojen ke stejnosměrnému zdroji napětí. Každý blbec vidí, že je nepříjemné se furt párat s těmi indexy *ef*, proto je zvykem (pokud nemůže dojít k záměně se stejnosměrnými hodnotami) indexy vynechávat.



Obr. 2.5: Efektivní hodnota je asi 70 % hodnoty maximální.

Dohoda: Místo U_{ef} a I_{ef} budeme označovat efektivní hodnoty napětí a proudu jen jako U a I.

$$\boxed{P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2R \quad \text{(střední výkon v obvodu s } R\text{)}} \tag{2.11}$$

Přístroje na měření střídavých veličin, jako např. ampérmetry a voltmetry, jsou obvykle cejchovány v efektivních hodnotách. Pokud tedy voltmetr na měření střídavých napětí ukazuje v elektrické zásuvce 230 V, je to efektivní napětí. Maximální hodnota napětí v zásuvce je pak

$$U_m = U \cdot \sqrt{2} \doteq 325\,\mathrm{V}$$

Je dobré si pamatovat, že pač $\frac{1}{\sqrt{2}} \doteq 0,707$, platí pro efektivní hodnoty *přibližné vztahy*

$$\boxed{U \doteq 0{,}707\,U_m; \qquad I \doteq 0{,}707\,I_m \quad \text{(indžinýrské vzorce)}} \tag{2.12}$$

Viz též obrázek 2.5.

Jouleovo teplo disipované v rezistoru

Elektrická energie přenášená ze zdroje do rezistoru se v rezistoru přeměňuje (rozptyluje – disipuje) beze zbytku na vnitřní energii rezistoru a okolí. Tato disipovaná energie se nazývá **Jouleovo teplo**. Velikost této energie disipované za jednu periodu je zřejmě rovna (obr.2.4)

$$Q_J = P \cdot T$$

Za dobu t (mnoho period) se tedy zřejmě uvolní teplo $P \cdot t$, takže vzhledem k (2.11) dostáváme

$$\boxed{Q_J = UI \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t = I^2 R \cdot t \quad \text{(Jouleovo teplo disip. v } R\text{)}} \tag{2.13}$$

Je-li rezistorem spirála vařiče, je toto teplo naším cílem a je žádoucí. Je-li tímto rezistorem vedení, kterým přenášíme el. energii z elektrárny do Kamenice, je toto teplo nežádoucí a představuje **tepelné ztráty** na vedení.

Příklad 1: Ztrátový výkon elektrárny

http://reseneulohy.cz/170/ztratovy-vykon-elektrarny

Ještě zpátky k okamžitému výkonu v obvodu s R

Díky tomu, že jsme zavedli efektivní hodnoty U, I, můžeme okamžitý výkon daný vztahem (2.5) vyjádřit estétičtěji:

$$\boxed{p = UI(1 - \cos 2\omega t) \quad \text{(okamžitý výkon v obvodu s } R\text{)}} \tag{2.14}$$

2.2.2 Výkon v obvodu s kondenzátorem : $\varphi = -90°$

Okamžitý výkon v obvodu s C

V obvodu, kde je ke střídavému zdroji připojena součástka, která má jen kapacitu C a má nulovou indukčnost i odpor, je fázový posuv mezi napětím a proudem $\varphi = -90°$. Platí tedy

$$\begin{aligned} u &= U_m \sin \omega t \\ i &= I_m \sin(\omega t - \varphi) = I_m \sin(\omega t + 90°) = I_m \cos \omega t \end{aligned}$$

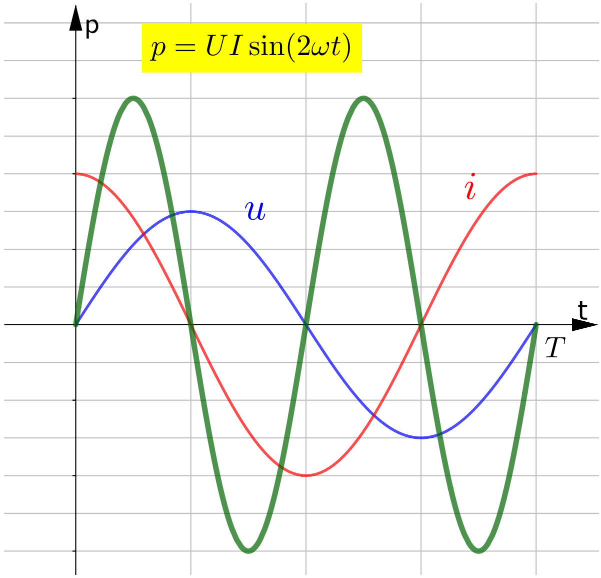
takže pro okamžitý výkon $p = ui$ platí:

$$p = U_m I_m \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin 2\omega t$$

Vidíme, že jsme před sinusoidou dostali výrazy, které jsme definovali ve vztazích 2.9 a 2.10 jako efektivní hodnoty U a I, takže dostáváme

$$\boxed{p = UI \cdot \sin 2\omega t \quad \text{(okamžitý výkon v obvodu s } C\text{)}} \tag{2.15}$$

V obvodu s kondíkem je okamžitý výkon dán funkcí sinus s amplitudou UI a s úhlovou frekvencí 2ω, která je dvojnásobkem úhlové frekvence napětí či proudu. Nyní již snadno dokážeme nakreslit graf závislosti p na čase (obr.2.6 a aplet v GeoGebře 2).



Obr. 2.6: Okamžitý výkon v obvodu s kondenzátorem

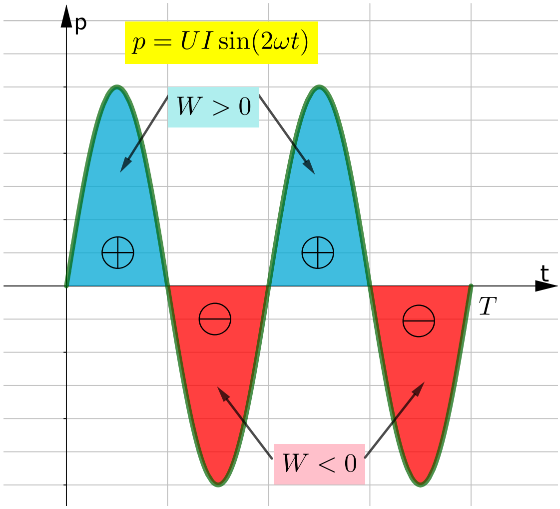
Aplet v GeoGebře 2: Výkon střídavého proudu v obvodu s kondenzátorem

https://ggbm.at/ukehjmwb

Kladný a záporný výkon v obvodu s C

Z obrázku 2.7 vidíme, že výkon v obvodu s kondíkem je vždy po čtvrtinu periody kladný a v následující čtvrtperiodě je záporný. Kladný výkon odpovídá kladné práci elektrických sil (el. síly působí ve směru proudu), záporný výkon odpovídá záporné práci el. sil (el. síly působí proti směru proudu).

Detailní vysvětlení procesů, které probíhají v kondíku – viz aplet v GeoGebře 3.



Obr. 2.7: Výkon v obvodu s C je kladný i záporný

Aplet v GeoGebře 3: Kladný a záporný výkon v obvodu s kondenzátorem

https://ggbm.at/RegaKaKu

Střední hodnota výkonu v obvodu s C

Protože okamžitý výkon je sinusoida, je zřejmé, že střední hodnota výkonu během jedné periody je **rovna nule** (kladné a záporné plošky v grafu výkonu, odpovídající příslušné práci, se odečtou – viz obr.2.7).

$$\boxed{P = 0 \quad \text{(střední výkon v obvodu s } C\text{)}} \tag{2.16}$$

Střední hodnota energie kondenzátoru:

Okamžitá hodnota energie kondíku je dána vztahem

$$\frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}C(U_m \sin \omega t)^2 = \frac{1}{2}CU_m^2 \cdot \sin^2 \omega t$$

Střední hodnota fce $y = \sin^2 \omega t$ je dle obr.2.8 rovna $\frac{1}{2}$, takže pro střední energii kondíku platí

$$E_C = \frac{1}{2}C\frac{U_m^2}{2} = \frac{1}{2}CU^2,$$

kde C je kapacita kondíku a U je efektivní hodnota napětí. Dostáváme formálně stejný vztah jako pro energii kondenzátoru připojeného ke stejnosměrnému konstantnímu zdroji napětí.

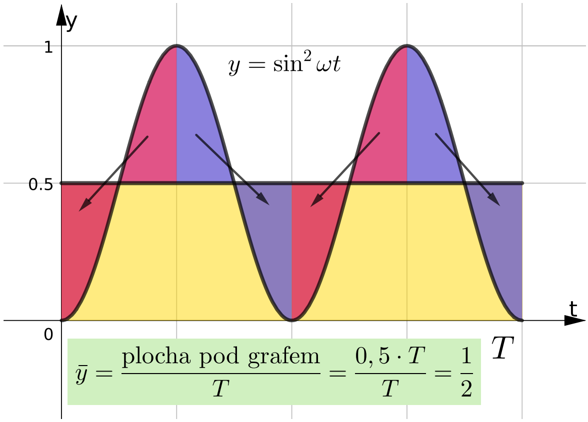
$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}CU^2 = konst \quad \text{(Střední energie kondíku je stálá.)}}$$

Střídavý zdroj kondenzátor jen nabíjí a vybíjí, žádná energie se nedisipuje, jako tomu bylo u rezistoru. Energie vstupuje ze zdroje do kondíku a opět se vrací do zdroje, nic se nespotřebovává. Střední hodnota energie uložené v kondíku zůstává konstantní.

2.2.3 Výkon v obvodu s cívkou: $\varphi = +90°$

Okamžitý výkon v obvodu s L

V obvodu, kde je ke střídavému zdroji připojena cívka, která má jen indukčnost L a má nulovou kapacitu i odpor, je fázový posuv mezi



Obr. 2.8: Střední hodnota funkce $y = \sin^2 \omega t$ je $\frac{1}{2}$.

napětím a proudem $\varphi = +90°$. Platí tedy

$$\begin{aligned} u &= U_m \sin \omega t \\ i &= I_m \sin(\omega t - \varphi) = I_m \sin(\omega t - 90°) = -I_m \cos \omega t \end{aligned} \tag{2.17}$$

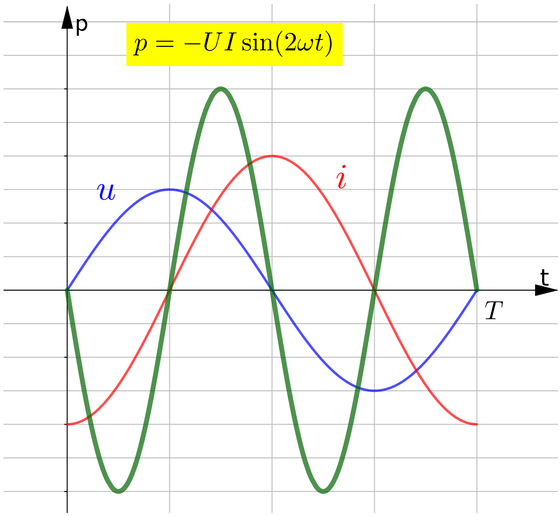
takže pro okamžitý výkon $p = ui$ platí:

$$p = -U_m I_m \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t = -\frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t = -\frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin 2\omega t$$

takže dostáváme

$$\boxed{p = -UI \cdot \sin 2\omega t \quad \text{(okamžitý výkon v obvodu s } L\text{)}} \tag{2.18}$$

V obvodu s cívkou je okamžitý výkon dán funkcí minus sinus s amplitudou UI a s úhlovou frekvencí 2ω, která je dvojnásobkem úhlové frekvence napětí či proudu. Graf závislosti p na čase: obr.2.9 a aplet v GeoGebře 4.



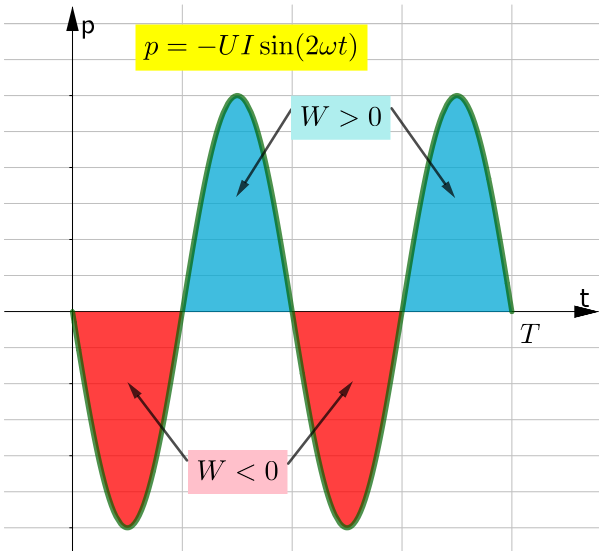
Obr. 2.9: Okamžitý výkon v obvodu s cívkou

Aplet v GeoGebře 4: Výkon střídavého proudu v obvodu s cívkou

https://ggbm.at/eva5nc8b

Kladný a záporný výkon v obvodu s L

Z obrázku 2.10 vidíme, že výkon v obvodu s cívkou je vždy po čtvrtinu periody kladný a v následující čtvrtperiodě je záporný. Kladný výkon odpovídá kladné práci elektrických sil (el. síly působí ve směru proudu), záporný výkon odpovídá záporné práci el. sil (el. síly působí proti směru proudu).



Obr. 2.10: Výkon v obvodu s L je kladný i záporný

Střední hodnota výkonu v obvodu s L

Protože okamžitý výkon je stejně jako u kondíku sinusoida, je opět střední hodnota výkonu během jedné periody je **rovna nule** (kladné a záporné plošky v grafu výkonu, odpovídající příslušné **práci** W, se odečtou – viz obr.2.10).

$$\boxed{P = 0 \quad \text{(střední výkon v obvodu s } L\text{)}} \tag{2.19}$$

Střední hodnota energie cívky:

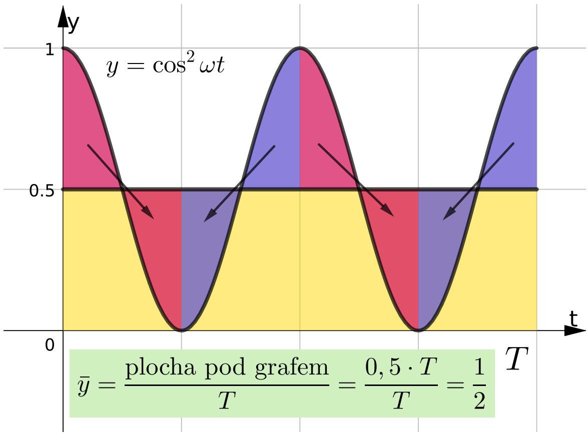
Okamžitá hodnota energie cívky je dána vztahem

$$\frac{1}{2}Li^2 \overset{(2.17)}{=} \frac{1}{2}L(-I_m\cos\omega t)^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 \cdot \cos^2\omega t$$

Střední hodnota fce $y = \cos^2 \omega t$ je dle obr.2.11 rovna $\frac{1}{2}$, takže pro střední energii v cívce platí

$$E_L = \frac{1}{2} L \frac{I_m^2}{2} = \frac{1}{2} L I^2,$$

kde L je indukčnost cívky a I je efektivní hodnota proudu. Dostáváme formálně stejný vztah jako pro energii cívky připojené ke stejnosměrnému konstantnímu zdroji napětí.



Obr. 2.11: Střední hodnota funkce $y = \cos^2 \omega t$ je $\frac{1}{2}$.

$$\boxed{E_L = \frac{1}{2} L I^2 = konst \quad \text{(Střední energie cívky je stálá.)}}$$

V obvodu s cívkou se žádná energie nedisipuje, jako tomu bylo u rezistoru. Střídavý zdroj ukládá do cívky energii v podobě magnetického pole, které vzniká průchodem proudu cívkou. Tuto energii cívka vzápětí opět vrací do zdroje. Energie kmitá mezi cívkou a zdrojem. Střední hodnota energie uložené v cívce zůstává konstantní.

2.2.4 Výkon v *RLC* obvodu

Nyní si představme, že střídavý zdroj *emn* připojíme ke spotřebiči, který má jak ohmický odpor, tak jistou kapacitu a indukčnost. Takový obvod se nazývá *RLC* **obvod**. Příkladem takového obvodu může být například *seriový RLC* obvod, *paralelní RLC* obvod, nebo jakákoliv kombinace prvků R, L a C. Konkrétně se může jednat o **elektromotor** (jsou v něm cívky), **reproduktor** (opět cívky), **transformátor** (zasejc cívky) či **kondenzátorové baterie** (převažují kondíky).

Okamžitý výkon v RLC obvodu

Víme, že v tomto obecném případě je fázový posun φ mezi napětím a proudem libovolný. Ól-rajt saj-rajt! Jdeme si s tím pohrát. Dle vztahu (2.2) je okamžitý výkon

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

Nyní musíme zasejc použít trochu goniometrie. A to nás baví! Použijeme tzv. *Metánovského* vzorec

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y) \tag{2.20}$$

(O jeho platnosti se snadno přesvědčíme, když vejrazy na pravé straně upravíme pomocí vztahů pro kosinus součtu a rozdílu.) Platí tedy

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} \left[\cos(x - y) - \cos(x + y)\right]$$

Takže odtud dostáváme pro okamžitý výkon bezvadný vztah

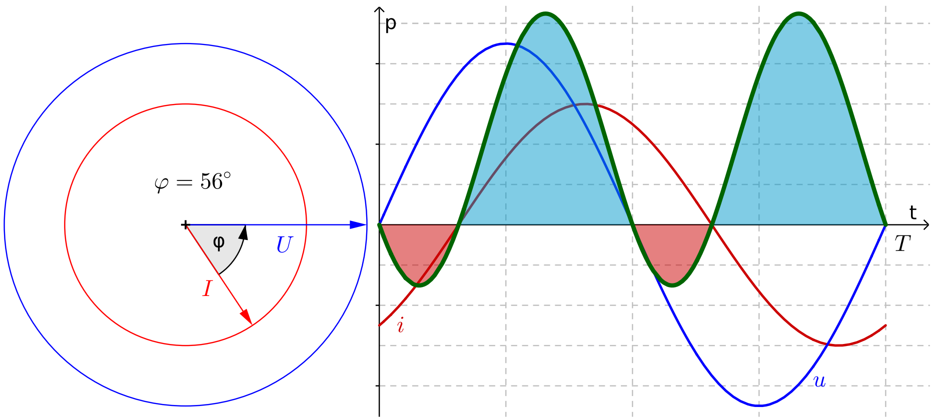
$$p = \frac{1}{2} U_m I_m \left[\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right]$$

Vidíme, že člen před hranatou závorou je součin efektivních hodnot UI, takže dostáváme

$$\boxed{p = UI \left[\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right] \quad \text{(okamž. výkon v } RLC \text{ obv.)}} \tag{2.21}$$

Snadno se přesvědčíme, že tento vztah přejde ve speciálních případech, které jsme probrali prve (čistě rezistorová zátěž, čistě kapacitní zátěž a čistě indukční zátěž,) ve vztahy (2.14), (2.15) a (2.18) (To si vyzkoušej sama!).

Dále se jukneme, jak vypadá tento obecný vztah graficky – viz obr.2.12 a aplet v GeoGebře 5.



Obr. 2.12: Okamžitý výkon v RLC obvodu

Aplet v GeoGebře 5: Okamžitý výkon v RLC obvodu

`https://ggbm.at/efby5nfw`

Z apletu je krástně vidět, jak závisí podoba grafu na fázovém posunutí φ. Obvod má pro φ kladné charakter indukční zátěže, pro φ záporné má charakter kapacitní zátěže. (Úhel φ měříme v apletu od fázoru proudu k fázoru napětí, znaménková dohoda je v souladu s dohodou v goniometrii – proti směru HR měříme úhel kladně.)

Vidíme, že pro $\varphi \notin \{0°; -90°; +90°\}$ je vždy větší část výkonu kladná a menší část záporná (modré plošky – kladná práce, červené – záporná práce).

Nyní se na vztah (2.12) podíváme podrobněji a přetavíme ho **do tří různých vztahů**, které nám umožní hlouběji pochopit podstatu okamžitého výkonu.

Roznásobíme závoru ve vztahu (2.12) a dostáváme

$$p = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi) \tag{a}$$

Druhý člen rozložíme podle známého vzorce[1]. Dostáváme

$$\begin{aligned} p &= UI\cos\varphi - UI(\cos 2\omega t\cos\varphi + \sin 2\omega t\sin\varphi) \\ p &= UI\cos\varphi - UI\cos 2\omega t\cos\varphi - UI\sin 2\omega t\sin\varphi \end{aligned} \tag{b}$$

Z prvních dvou členů vytkneme $UI\cos\varphi$

$$p = UI\cos\varphi(1 - \cos 2\omega t) - UI\sin 2\omega t\sin\varphi \tag{c}$$

Vztahy (a),(b),(c) si nyní probereme v opačném pořadí.

Vztah 1 – činná a jalová složka okamžitého výkonu

Ve vztahu (c) jsme vyjádřili okamžitý výkon jako součet dvou proměnných složek (obě jsou závislé na čase t):

$$\boxed{p = UI\cos\varphi(1 - \cos 2\omega t) - UI\sin 2\omega t\sin\varphi} \tag{2.22}$$

[1] $\cos(x - y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$